

# הוכחת ידע קודם במתמטיקה

פרק 15 - חשבון דיפרנציאלי - חישוב נגזרת של פונקציה סתומה

תוכן העניינים

1. גזירה סתומה ..... 1

## גזירה סתומה

### שאלות

(1) גזרו את הפונקציה הסתומה  $x^2 + y^5 - 1 = 1$ .

(2) גזרו את הפונקציה הסתומה  $4 \ln x + 10 \ln y = y^2$ .

(3) גזרו את הפונקציה הסתומה  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{xy}$ .

(4) נתונה הפונקציה הסתומה הבאה  $e^{y^2-4x} + x^2 y^3 = \sin(y-2x) + 4y + 1$  חשבו את  $y'$  בנקודה  $(1,2)$ .

(5) נתונה הפונקציה הסתומה הבאה  $\sqrt{4x+y^3} + \cos^2(xy) = \ln(x^2 y + 1) + \ln e^3$  חשבו את  $y'$  בנקודה בה  $y = 0$ .

(6) גזרו את הפונקציה הסתומה  $x^y - xy = 10$ .

(7) גזרו את הפונקציה הסתומה  $x^y - y^x = 1$ .

(8) נתונה פונקציה סתומה  $xy - y^3 + x^2 - x = 0$  מצאו את ערך  $y''$  בנקודה בה  $y = 1$ .

(9) נתון עקום שמשוואתו  $yx^2 + e^y = x$ .  
א. הראו שעבור  $x=1$  קיים ערך  $y$  אחד ויחיד ומצאו אותו.  
ב. חשבו את  $y''$  בנקודה בה  $x=1$ .

(10) נתון כי המשוואה  $h(y) - x + 1 = 2x^3 + 4e^y + 2y$ ,  
מגדירה את  $y = y(x)$  כפונקציה סתומה של  $x$ .  
נתון כי  $h(y)$  גזירה ברציפות ויורדת.  
הוכיחו כי  $y(x)$  יורדת חזק.

## תשובות סופיות

$$5y^4 - 1 \neq 0, \quad y' = \frac{-2x}{5y^4 - 1} \quad (1)$$

$$\frac{10}{y} - 2y \neq 0, \quad y' = \frac{-\frac{4}{x}}{\frac{10}{y} - 2y} \quad (2)$$

$$\sqrt{x} \neq 0, \quad \sqrt{x} \neq 1, \quad y' = \frac{\sqrt{y} - 1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{2\sqrt{y}}{1 - \sqrt{x}} \quad (3)$$

$$y'_{(1,2)} = -\frac{14}{11} \quad (4)$$

$$y'_{(1,0)} = 1 \quad (5)$$

$$x^y \cdot \ln x - x \neq 0, \quad y' = \frac{y - x^y \cdot \frac{y}{x}}{x^y \cdot \ln x - x} \quad (6)$$

$$x^y \ln x - y^x \cdot \frac{x}{y} \neq 0, \quad y' = \frac{-x^y \cdot \frac{y}{x} + y^x \cdot \ln y}{x^y \ln x - y^x \cdot \frac{x}{y}} \quad (7)$$

$$-1 \quad (8)$$

$$y''_{(1,0)} = -\frac{9}{8} \text{ ב.} \quad (9)$$

$$(10) \text{ שאלת הוכחה.}$$